А. Д. БОЙКОВ, А. Н. ДМИТРИЕВ,
Н. Д. ЕГУПОВ

ОРТОГОНАЛЬНЫЙ ПРИНЦИП ПОСТРОЕНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИХ САМОНАСТРАИВАЮЩИХСЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

В работе предлагается единый подход к решению основных задач принципа аналитической самонастройки: задач оптимизации, идентификации и коррекции.

Постановка задачи, принцип действия и структурная схема аналитической самонастраивающейся САУ

Теория автоматического управления и развитые на ее основе инженерные методы расчета и проектирования систем автоматического управления (САУ) позволяют не только проводить количественный и качественный анализ САУ, но и осуществлять синтез автоматических систем, удовлетворяющих высоким требованиям качества и точности на основе имеющихся априорных сведений и критериев цели управления. Однако практика требует создания автоматических систем, обладающих качественно новыми свойствами, если учесть два важных обстоятельства.

Во-первых, освоение сложных технологических процессов, интенсификация производства, совершенствование методов ведения боевых операций, освоение космического пространства приводят к необходимости создания таких систем автоматического управления, которые обеспечивали бы оптимальный ход процессов в условиях, когда параметры объекта управления и внешние воздействия изменяются в широких пределах и часто непредвиденным заранее образом.

Во-вторых, для ускорения разработки и внедрения САУ сложными объектами требуются такие системы, которые обеспечивали бы высокие показатели качества процессов независимо от степени изученности и полноты математического описания объекта управления.

При решении задач автоматического управления сложными объектами, динамические свойства которых и приложенные к ним воздействия существенно и неизвестным заранее образом изменяются, ставится задача построения САУ, которая в процессе нормальной эксплуатации осуществляет автоматически анализ и синтез для обеспечения оптимального управления в течение всей работы системы, то есть задача построения самонастраивающихся систем автоматического управления.

Поведение всякой САУ определяется следующими факторами:

1) окружающей обстановкой или внешними условиями;
2) свойствами самой системы или внутренними условиями;
3) целью управления;
4) алгоритмом управления.

Следовательно, самонастраивающаяся САУ (СНС) должна в соответствии с определяющими ее поведение факторами изменять внутренние условия (эти изменения носят название контролируемых изменений). Причем СНС будет аналитической (вычислительной) АСНС, если эти изменения производятся на основе вычисляемых оптимальных и действительных динамических свойств.

Принцип работы АСНС можно представить следующим образом. Управляющая машина определенной структуры и степени сложности в контуре АСНС на основании имеющейся информации о внешних и внутренних условиях работы системы, критерия цели управления и алгоритма управления непрерывно или периодически вырабатывает сигнал изменения динамических свойств управляющего устройства или дополнительное воздействие в цепь основного контура.

Все данные выше понятия и принципы построения АСНС были сформулированы В. В. Солодовниковым, показавшим актуальность и правомерность АСНС [1].

В общем случае АСНС как система, автоматически синтезирующая свои динамические характеристики в процессе работы, должна анализировать внешние воздействия; определять текущие динамические характеристики; вычислять оптимальные (желаемые) динамические характеристики;
вырабатывать сигнал перенастройки управляющей части (фильтра коррекции) системы.

В соответствии со сказанным выше, алгоритм АСНС можно разбить на следующие составные части:

алгоритм вычисления оптимальных (желаемых) динамических характеристик;

алгоритм вычисления текущих динамических характеристик;

алгоритм коррекции.

Каждый из перечисленных алгоритмов представляет собой и с принципиальной, и с технической точек зрения весьма сложную задачу, тем более, что в АСНС выдача решения должна происходить в реальном масштабе времени в темпе с процессом.

Известно, что решение каждой из задач представляет самостоятельный практический интерес. Так, проблема определения динамических характеристик или, как ее часто называют, проблема идентификации далека от окончательного решения, хотя в этой области за последнее время достигнуты значительные результаты. В АСНС эта задача еще более усложняется, так как кроме требования непрерывного или за малые промежутки времени определения динамических характеристик требуется, чтобы они были представлены в форме, удобной для дальнейшего использования в алгоритме АСНС.

Важной и сложной задачей является задача коррекции динамических свойств АСНС. Как правило, она решается введением обратных связей, регулируемых контуром самонастройки, или подачей в основной контур дополнительно корректирующего сигнала. В то же время задача наиболее полно может быть решена при использовании управляемых корректирующих фультров, динамические характеристики которых имеют широкий диапазон изменения.

Поставленную выше задачу надо понимать и в том смысле, что на всех этапах реализации алгоритма АСНС важно сохранить общность «идеологии» и единство «языка». Последнее условие выполняется, если в качестве математического аппарата, используемого при построении алгоритма АСНС, применить теорию ортогональных разложений.

Методика определения оптимальной по критерию минимума среднеквадратической ошибки ортогональной спектральной характеристики методом наискорейшего спуска

Пусть на вход автоматической системы поступает сигнал вида:

$$x(t) = f(t) + n(t).$$

На процессы $f(t)$ и $n(t)$ наложим следующие ограничения [9], [10]:

процессы $f(t)$ и $n(t)$ непрерывны; статистические характеристики процессов изменяются в весьма широких пределах, однако на достаточно больших интервалах времени процессы можно считать «почти стационарными»;

для корреляционных функций процессов $n(t)$ и $f(t)$ справедливо условие:

$$\int_0^\infty |R(\tau)|\, d\tau < \infty,$$

случайные процессы $n(t)$ и $f(t)$ ограничены по модулю, то есть

$$\left.\begin{array}{l} |n(t)| < M_1 \\ |f(t)| < M_2 \end{array}\right\} \text{для всех } t.$$

В соответствии со сказанным выше, первым этапом реализации принципа самонастройки является анализ входных воздействий и как результат этого анализа — расчет оптимальных по заданному критерию динамических характеристик замкнутой автоматической системы.

В качестве критерия оптимизации принимаем критерий вида

$$e^2 = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} [f(t) - y(t)]^2 dt, \qquad (1)$$

где $y(t)$ — реальный выходной сигнал системы управления.

Задачу определения оптимальной по критерию минимума среднѐквадратической ошибки САУ будем решать, используя частотную область. Эта задача сводится к задаче определения так называемой оптимальной ортогональной спектральной характеристики (ОСХ).

Представление импульсной переходной функции в виде ортогонального ряда является полезным с той точки зрения, что такое представление позволит использовать прямые методы вариационного исчисления, с помощью которых задача оптимизации решается значительно проще, чем использование, предположим, метода последовательных приближений в функциональном пространстве.

При использовании понятия ОСХ автоматически решается задача реализации найденного оператора, в то время как использование функциональных пространств ставит в качестве самостоятельной весьма серьезной задачи задачу автоматической реализации найденного оператора. Синтез аналитических самонастраивающихся систем в первую очередь требует решения и этой задачи.

Представим импульсную переходную функцию искомого оператора в виде разложения по выбранной системе ортогональных функций, то есть

$$k(t) = \sum_{i=1}^{N} C_i \varphi_i(t).$$

Функции $\{\varphi_k(t)\}$ должны удовлетворять следующим условиям:

1) они должны быть непрерывны на интервале $[0,\infty]$;

2) $\int_0^\infty |\varphi_i(t)|\, dt < \infty \quad i = 1,2,\ldots;$

3) функции ортогональной системы, являющиеся импульсными переходными функциями фильтров оптимальной модели и других вычислительных устройств, должны быть легко реализуемы физически.

Используя равенство Парсеваля, получим:

$$\lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t)\, y(t)\, dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)\, Y^*(j\omega)\, d\omega \right] =$$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X^*(j\omega)\, Y(j\omega)\, d\omega \right],$$

где $X(j\omega)$ — преобразование Фурье функции, определенной следующим образом:

$$x_т(t) = x(t) \quad \text{при} \; -T \leqslant t \leqslant +T;$$

$$x_т(0) = 0 \quad \text{при} \; + T < t < -T;$$

и, отбрасывая символ предельного перехода, выражение для среднеквадратической ошибки можно записать так [7]:

$$e^2 = \int_{-\infty}^{+\infty}\Big[F(j\omega) - \sum_{i=1}^{N} C_i \varphi_i(j\omega) X(j\omega)\Big] \times$$

$$\times \Big[F^*(j\omega) - \sum_{i=1}^{N} C_i \varphi_i^*(j\omega) X^*(j\omega)\Big] d\omega. \tag{2}$$

Для определения оптимальных значений элементов ОСХ возьмем частные производные от коэффициентов C_i $(i = 1, 2, \ldots, N)$ в выражении (2)

$$\frac{\partial e^2}{\partial C_i} = \int_{-\infty}^{+\infty}\Big[- \varphi_i(j\omega) X(j\omega)\, F^*(j\omega) - \varphi_i^*(j\omega)\varphi X^*(j\omega) F(j\omega) +$$

$$+ \varphi_i(j\omega) X(j\omega) \sum_{\kappa=1}^{N} C_\kappa \varphi_\kappa^*(j\omega) X^*(j\omega) + \varphi_i^*(j\omega) \times$$

$$\times X^*(j\omega) \sum_{\kappa=1}^{N} C_\kappa \varphi_\kappa(j\omega) X(j\omega)\Big] d\omega. \tag{3}$$

Последнюю зависимость представим так:

$$\frac{\partial e^2}{\partial C_i} = \int_{-\infty}^{+\infty}\Big[- \varphi_i(j\omega) R_{xf}(j\omega) - \varphi_i^*(j\omega) R_{xf}^*(j\omega) +$$

$$+ \eta_i(j\omega) Y^*(j\omega) + \eta_i^*(j\omega) Y(j\omega)\Big] d\omega.$$

Откуда получаем:

$$\frac{\partial e^2}{\partial C_i} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_i(j\omega) Y^*(j\omega)\, d\omega - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xf}(j\omega) \varphi_i(j\omega)\, d\omega. \tag{4}$$

Известно, что принципиально невозможно построить самонастраивающийся фильтр, осуществляющий оптимальную автоматическую фильтрацию, если неизвестны априори статистические свойства полезного входного сигнала или помехи.

Пусть в рассматриваемом случае статистические свойства помехи $n(t)$ изменяются в очень широких пределах, и перед ортогональным фильтром стоит задача из сигнала $x(t)$ выделить сигнал $f(t)$ с известными априори статистическими свойствами. Очевидно, на достаточно больших интервалах времени сигнал $n(t)$ представляет из себя стационарную эргодическую случайную функцию.

Из сказанного выше ясно, что устройство самонастройки должно содержать генератор случайных сигналов, с помощью которого можно получить случайный процесс с заданными статистическими характеристиками.

В таком случае в процессе работы системы можно вычислять интеграл вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R_{xf}(j\omega)\,\varphi_i(j\omega)d\omega = A_i.$$

На основе изложенного можно записать окончательное равенство, которое позволит получить схему, дающую возможность найти оптимальные значения элементов ОСХ методом наискорейшего спуска

$$\frac{\partial e^2}{\partial C_i} = 2\left[\frac{1}{2T}\int_{-T}^{+T} \eta_i(t)\,y(t)\,(dt) - A_i\right] \tag{5}$$

где

$$\eta_i(t) = \int_0^t x(\tau)\,\varphi_i(t-\tau)\,d\tau. \tag{6}$$

Так как $\eta_i(t)$ определяются формулой (6), то, следовательно, их легко снять с соответствующего выхода ортогонального фильтра.

В соответствии с равенством (4) устройство для подстройки каждого коэффициента ортогонального разложения импульсной переходной функции будет иметь вид рис. 1:

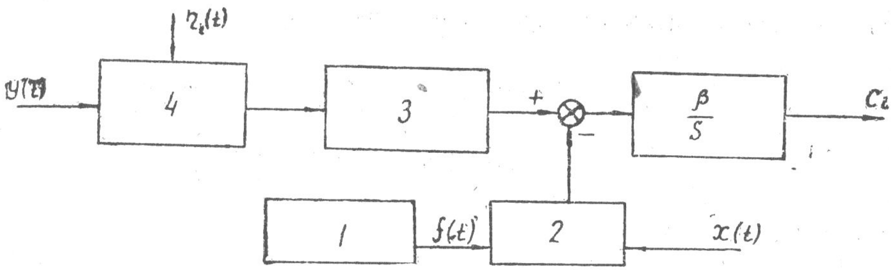

Рис. 1.

1 — генератор случайных сигналов с заданными статистическими свойствами; *2* — устройство вычисления постоянных A_i; *3* — осреднитель; *4* — умножитель; β — коэффициент, регулирующий скорость настройки параметров Ci (i 1, 2, ... N).

Очевидно сигнал на выходе устройства, изображенного на рис. 1, будет до тех пор, пока не будет найден минимум среднеквадратической ошибки по i-му коэффициенту, то есть $\frac{\partial e^2}{\partial C_i} = 0$.

Разберем случай, когда помеха $n(t)$ и полезный входной сигнал $f(t)$ статистически независимы, то есть $R_{xf} = R_{ff}$.

В этом случае нет необходимости иметь генератор случайных процессов, и величина A_i, определяемая формулой

$$A_i = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{ff}(j\omega)\,\varphi_i(j\omega)\,d\omega,$$

легко вычисляется заранее.

Можно показать, используя функции Ляпунова, что процесс самонастройки является неизменно устойчивым и приводит к единственным оптимальным значениям параметров.

Блок-схема самонастраивающегося фильтра изображена на рис. 2.

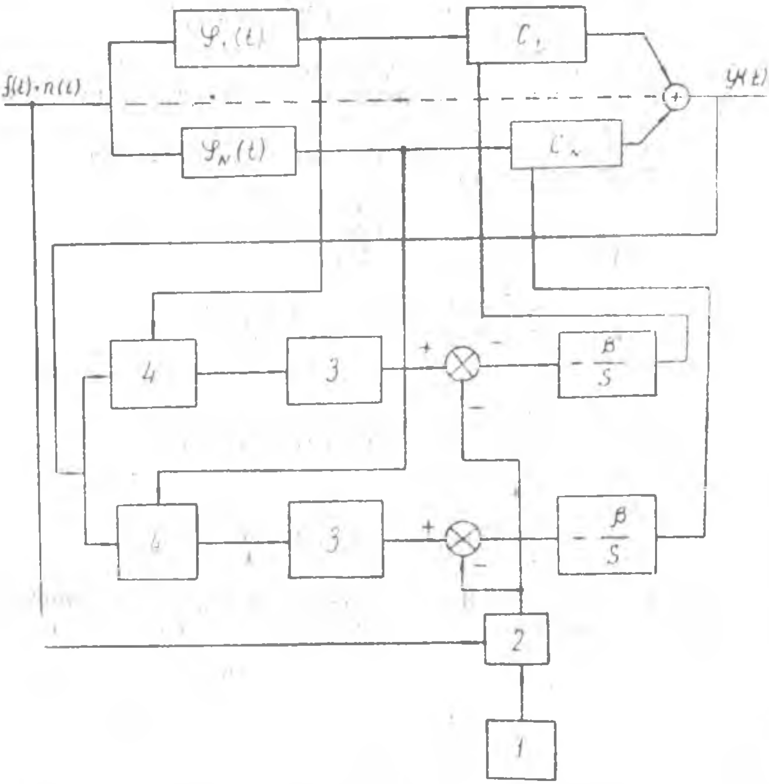

Рис. 2.

Аналитический метод определения оптимальной по критерию минимума среднеквадратической ошибки ОСХ

Выше был рассмотрен вариант автоматического определения оптимальной ОСХ с использованием метода наискорейшего спуска. Однако эту задачу можно решить аналитическим путем, который в некоторых случаях может оказаться несколько проще [9], [10]. Задачу в отличие от предыдущего случая будем решать во временной области.

Пусть на вход системы поступает сигнал $x(t) = f(t) + n(t)$. На сигналы $f(t)$ и $n(t)$ наложены ограничения, которые указаны выше.

Из выражения для дисперсии ошибки воспроизведения полезного входного сигнала [5]

$$e^2 = R_{yy}(0) - 2R_{yx}(0) + R_{xx}(0) + 2R_{yn}(0) - 2R_{xn}(0) + R_{nn}(0)$$

запишем функционал, который подлежит минимизировать:

$$F = R_{yy}(0) - 2R_{yx}(0) + 2R_{yn}(0). \tag{7}$$

Используя ортогональное представление импульсной переходной функции искомого оператора, выражение (7) перепишем в виде

$$F = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} C_i C_j \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} R_{xx}(\tau - u)\varphi_i(\tau)\varphi_j(u)\,d\tau\,du -$$

$$- 2\sum_{i=1}^{N} C_i \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau)\varphi_i(\tau)\,d\tau + 2\sum_{i=1}^{N} C_i \int_0^{\infty} R_{nx}(\tau)\varphi_i(\tau)\,d\tau = \tag{8}$$

$$= \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} C_i C_j W_{ij} - 2\sum_{i=1}^{N} C_i W_i,$$

где

$$W_{ij} = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} R_{xx}(\tau - u)\varphi_i(u)\varphi_j(u)\,d\tau\,du, \tag{9}$$

$$W_i = \int_0^{\infty} [R_{xx}(\tau) - R_{nx}(\tau)]\,\varphi_i(\tau)\,d\tau. \tag{10}$$

Находя частные производные от выражения (8) и приравнивая их к нулю, получим окончательную зависимость, подлежащую реализации:

$$\sum_{j=1}^{N} W_{ij} C_i = W_i, \quad i = 1, 2, \ldots, N. \tag{11}$$

Рассмотрим вопрос непрерывного определения матрицы W_{ij}. Для этого воспользуемся методикой, изложенной в [9], [10].

Покажем, что

$$W_{ij}(t) = \frac{1}{t}\int_0^{t} g_i(\tau)\, g_j(\tau)\,d\tau, \tag{12}$$

где

$$g_i(t) = \int_0^{t} x(t)\,\varphi_i(t - \tau)\,d\tau. \tag{13}$$

Ограничение $|x(t)| < M$, наложенное на сигнал $x(t)$, дает право записать следующее неравенство:

$$|x(t-\tau)\,x(t-u)\,\varphi_i(\tau)\,\varphi_j(u)| \leqslant M^p\, |\varphi_i(\tau)|\, |\varphi_j(u)|.$$

Используя другие допущения, указанные выше, можно заключить, что функция

$$x(t-\tau)\,x(t-u)\,\varphi_i(\tau)\,\varphi_j(u) \quad \text{в} \quad \Omega\times[0,\infty)\times[0,\infty)\times[0,\infty)$$

мажорируется интегрируемой функцией.

Применяя теоремы сходимости, можно записать

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T\left[\int_0^\infty x(t-\tau)\varphi_i(\tau)\,d\tau\int_0^\infty x(t-u)\varphi_j(u)\,du\right]dt=$$

$$=\lim_{T\to\infty}\int_0^\infty\int_0^\infty\left[\frac{1}{T}\int_0^T x(t-\tau)\cdot x(t-u)\,dt\right]\varphi_i(\tau)\varphi_j(u)\,d\tau\,du=$$

$$=\int_0^\infty\int_0^\infty\left[\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T x(t-\tau)\,x(t-u)\,dt\right]\varphi_i(\tau)\varphi_j(u)\,d\tau\,du=$$

$$=\int_0^\infty\int_0^\infty R(\tau-u)\varphi_i(\tau)\varphi_j(u)\,d\tau\,du=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T g_i(t)\,g_j(t)\,dt.$$

Таким образом, формула (12) доказана.

В общем случае можно показать [9], что система уравнений (11) для определения координат $\{C_к\}$ имеет единственное решение $C_i=C_1C_2...C_N$, при этом при $t\to\infty$ $W_{ij}(t)\to W_{ij}$ и, следовательно, решение системы (11) стремится к решению системы при эталонном значении матрицы W_{ij}.

Теперь видно, что реализация алгоритма (11) требует знания статистических свойств помехи $n(t)$. Если свойства полезного входного сигнала и помехи зависимы, то необходимо использовать запись помехи [5], если же они независимы, то в этом случае

$$W_i(t)=\frac{1}{t}\int_0^t x(\tau)\,g_i(\tau)\,d\tau-\int_0^t\varphi_i(\tau)\,R_{nn}(\tau)\,d\tau=$$

$$=\frac{1}{t}\int_0^t x(\tau)\,g_i(\tau)\,d\tau-A_i. \qquad (14)$$

и таким образом схема упрощается.

Блок-схема ортогонального оптимизатора для $N=2$ изображена на рис. 3.

В случае, если известны статистические свойства полезного входного сигнала, функционал, минимум которого необходимо найти, имеет вид

$$F=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}C_iC_j\int_0^\infty\int_0^\infty R_{xx}(\tau-u)\varphi_i(\tau)\varphi_j(u)\,d\tau\,du-$$

$$-2\sum_{i=1}^{N}C_i\int_0^\infty R_{fx}(\tau)\varphi_i(\tau)\,d\tau=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}C_iC_jW_{ij}-2\sum_{i=1}^{N}C_iW_i. \qquad (15)$$

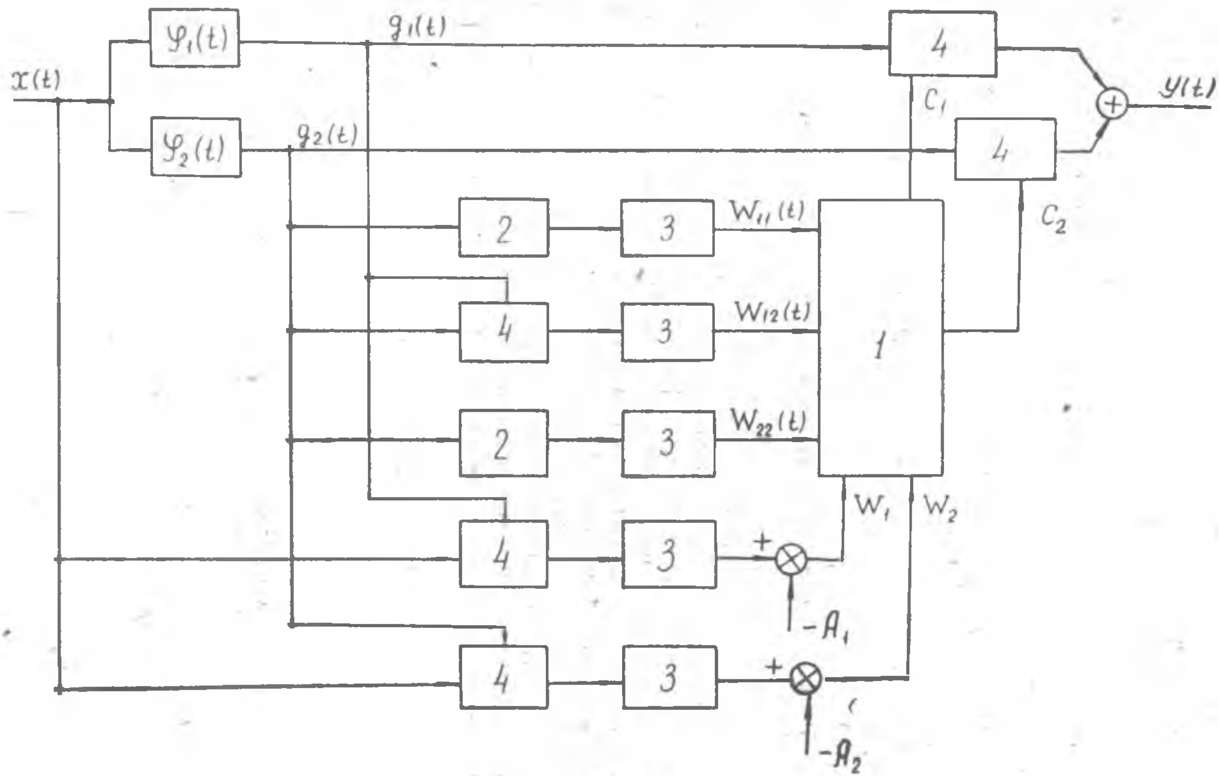

Рис. 3.

1 — блок решения системы алгебраических уравнений, 2 — квадратор, 3 — осреднитель; 4 — умножитель

Отсюда можно получить искомую систему алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^{N} W_{ij} C_j = W_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \tag{16}$$

Если сигналы $f(t)$ и $n(t)$ не коррелированы, соотношение (16) принимает вид:

$$\sum_{j=1}^{N} W_{ij} C_j = W_i, \tag{17}$$

где

$$W_i = \int_0^\infty \varphi_i(\tau) R_{ff}(\tau)\, d\tau.$$

Все рассуждения, имеющие отношение к первому случаю, сохраняют свою силу и для рассмотренного варианта. Блок-схема такого фильтра не отличается от схемы рис. 3.

Метод решения задачи идентификации одномерных и многомерных управляемых объектов, использующий короткие реализации входных и выходных сигналов

При рассмотрении этого важного вопроса необходимо обратиться к следующим понятиям.

Назовем обобщенным спектром сигнала совокупность его коэффициентов разложения по выбранной системе ортогональных функций. Запишем уравнение свертки

$$y(t) = \int_0^\infty x(t)\, k(t-\tau)\, d\tau.$$

Представим импульсную переходную функцию, а также входной и выходной сигналы в виде:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_n(t),$$

$$x(t) = \sum_{j=0}^{\infty} C'_j \varphi_j(t) \text{ и } k(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} C''_\kappa \varphi_k(t). \tag{18}$$

Теперь можно записать следующее очевидное равенство:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_n(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C'_n \varphi\ (t) * \sum_{n=0}^{\infty} C'' \varphi(t). \tag{19}$$

Преобразуя по Лапласу обе части последнего равенства, получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_n(s) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{\kappa=0}^{\infty} C_j' C_\kappa'' \varphi_j(s) \varphi_k(s). \tag{20}$$

Используя равенство Парсеваля [6]

$$\int_0^{\infty} \varphi_j(t) \varphi_i(t)\, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_i(s) \varphi_j(-s) ds = \delta_{ij}, \tag{21}$$

после умножения обеих частей уравнения (20) на $\varphi_n(-s)$ и интегрирования в бесконечных пределах имеем:

$$C_n = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{\kappa=0}^{\infty} C_j' C_\kappa'' \overline{C}_{j\kappa}^n, \tag{22}$$

где

$$\overline{C}_{j\kappa}^n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_n(-s) \varphi_j(s) \varphi_k(s)\, ds.$$

Можно показать, что $\overline{C}_{j\kappa}^n = 0$ для j и (или) $k > n$.

В реальных расчетах, когда число элементов ортогонального спектра конечно, общая формула для определения элементов ОСХ по обобщенным спектрам входного и выходного сигналов имеет вид

$$C_n = \sum_{j=0}^{l} \sum_{\kappa=0}^{l} C_j' C_\kappa'' \overline{C}_{j\kappa}^n, \tag{23}$$

где числа $\overline{C}_{j\kappa}^n$, определяемые указанной выше формулой, вычисляются заранее и хранятся в памяти ЦВМ. Формула (23) определяет треугольную систему алгебраических уравнений.

Анализируя формулы (22), (23) можно сделать весьма важный вывод, который окажет существенное влияние на создание методик определения динамических характеристик, использующих ортогональные функции: l элементов ОСХ объекта управления полностью определяются l элементами обобщенного спектра входного и выходного сигналов и не зависят от элементов обобщенного спектра входного и выходного сигналов, индекс которых больше l.

Таким образом, и при использовании ортогональных функций, отличных от sin и cos функций, мы приходим к своего рода инвариантности: для определения l элементов ОСХ объекта из входного и выходного сигналов необходимо выделить лишь l элементов обобщенного спектра, не принимая при этом во внимание полученную точность аппроксимации сигналов.

Рассмотрим обобщение метода на многомерные системы. Пусть

$$y(t) = x_1'(t) + x_2'(t) + x_3'(t) + \ldots + x_n'(t), \tag{24}$$

где

$$x_\kappa'(t) = \int_0^\infty x_k(\tau)\, k_k(t-\tau)\, d\tau.$$

Пусть кроме того, можно записать:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \varphi_n(t),$$

$$x_1(t) = \sum_{j=0}^{\infty} C_{1j}' \varphi_j(t), \quad k_1(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} C_{1\kappa}'' \varphi_\kappa(t). \tag{25}$$

. . . .

$$x_n(t) = \sum_{j=0}^{\infty} C_{nj}' \varphi_j(t), \; k_n(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} C_{n\kappa}'' \varphi_\kappa(t).$$

Преобразуя по Лапласу обе части равенства (24) с учетом (25), имеем:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n \varphi_n(s) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} C_{1j}' C_{1k}'' \varphi_j(s) \varphi_\kappa(s) + \ldots +$$

$$+ \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} C_{nj}' C_{nk}'' \varphi_j(s) \varphi_\kappa(s). \tag{26}$$

Отсюда можно получить соотношение:

$$C_k^g = \sum_{j=0}^{l} \sum_{k=0}^{l} C_{1j}^{g'}, C_{1k}^{''} \overline{C}_{1jk}^{n} + \sum_{j=0}^{l} \sum_{k=0}^{l} C_{2j}^{g'} C_{2k}^{''} \overline{C}_{2jk}^{n} + \ldots +$$

$$+ \sum_{j=0}^{l} \sum_{k=0}^{l} C_{nj}^{g'} C_{nk}^{''} \overline{C}_{njk}^{n}, \; g = 1, 2, 3, \ldots, n. \tag{27}$$

Получая аналогичные системы алгебраических уравнений для n различных отрезков входного и выходного сигналов, имеем необходимое число алгебраических уравнений, решая которые можно найти неизвестные элементы ОСХ всех каналов объекта управления. Метод позволяет получить, если это возможно по условиям квазистационарности, избыточное число алгебраических уравнений и, таким образом, избежать вредного влияния различного рода ошибок измерения и помех на точность определения динамических характеристик.

Описанный здесь метод нахождения элементов ОСХ динамических систем является весьма общим. Наиболее рапространенной и проверенной экспериментально с точки зрения эффективности применения является система ортогональных функций Лягерра. Для нее можно получить более простые зависимости для элементов ОСХ.

Итак, пусть:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n L_n(t),$$

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C'_n L_n(t); \; k(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C''_n L_n(t), \tag{28}$$

где

$$C_n = k \int_0^{\infty} y(t)\, L_n(t)\, dt,$$

$$C'_n = k \int_0^{\infty} x(t)\, L_n(t)\, dt; \qquad C''_n = k \int_0^{\infty} k(t)\, L_n(t)\, dt; \tag{29}$$

$n = 0, 1, 2, \ldots$ и k — масштабный коэффициент веса.

Так как [8]

$$L[L(t)] = L[L_m(t)] \cdot L[L_n(t)] =$$

$$= \frac{\left(S - \frac{k}{2}\right)^m \left(S - \frac{k}{2}\right)^n}{\left(S + \frac{k}{2}\right)^{m+1} \left(S + \frac{k}{2}\right)^{n+1}} = \frac{\left(S - \frac{k}{2}\right)^{m+n}}{\left(S + \frac{k}{2}\right)^{m+n+2}} =$$

$$= \frac{\left(S - \frac{k}{2}\right)^{m+n}}{\left(S + \frac{k}{2}\right)^{m+n+1}} - \frac{\left(S - \frac{k}{2}\right)^{m+n+1}}{\left(S + \frac{k}{2}\right)^{m+n+2}} = \tag{30}$$

$$= kL[L_{m+n+1}(t)],$$

после подставки (28) в (24) получаем:

$$\sum_{p=0}^{\infty} C_p L_p(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C'_m L_m(t) * C''_n L_n(t) =$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C'_n C''_n [L_{m+n}(t) - L_{m\pm n+1}(t)]. \tag{31}$$

Для получения уравнений, связывающих элементы ОСХ с элементами обобщенных спектров входного и выходного сигналов можно использовать метод неопределенных коэффициентов: приравнять коэффициенты при одинаковых функциях Лягерра $L_p(t)$.

Так как функции $L_p(t)$ в правой части уравнения (31) содержат индексы $(m+n)$ и $(m+n+1)$, то видно, что функции $L_p(t)$ будут иметь место в правой части при следующих условиях: $m+n=p$ и $m+n+1=p$.

Отсюда окончательно имеем

$$C_p = \sum_{k=0}^{p} C'_k C''_{p-k} - \sum_{k=0}^{k=p-1} C'_k C''_{p-1-k}. \qquad (32)$$

Из этой треугольной системы алгебраических уравнений можно найти элементы ОСХ объекта управления $\{C_к''\}$.

Сделаем обобщение метода на многомерные системы.

Пусть

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n L_n(t), \;\; x_1(t) = \sum_{j=0}^{\infty} C'_{1j} L_j(t), \;\; k_1(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C''_{1k} L_k(t),$$

. . . .

$$x_n(t) = \sum_{j=0}^{\infty} C'_{nj} L_j(t), \quad k_n(t) = \sum_{k=0}^{\infty} C''_{nk} L_k(t).$$

Используя описанный выше метод, имеем:

$$C_p^g = \sum_{k=0}^{p} C_{1,k}^{g'} C''_{1,p-k} - \sum_{k=0}^{k=p-1} C_{1,k}^{g'} C''_{1,p-1-k} + \sum_{k=0}^{p} C_{2,k}^{g'} C''_{2,p-k} -$$

$$- \sum_{k=0}^{k=p-1} C_{2,k}^{g'} C''_{2,p-1-k} + \ldots + \sum_{k=0}^{p} C_{n,k}^{g'} C''_{n,p-k} - \sum_{k=0}^{k=p-1} C_{n,k}^{g'} C''_{n,p-1-k},$$

$$g = 1, 2, \ldots, n. \qquad (33)$$

Здесь индексом g обозначен номер используемых реализаций входного и выходного сигналов.

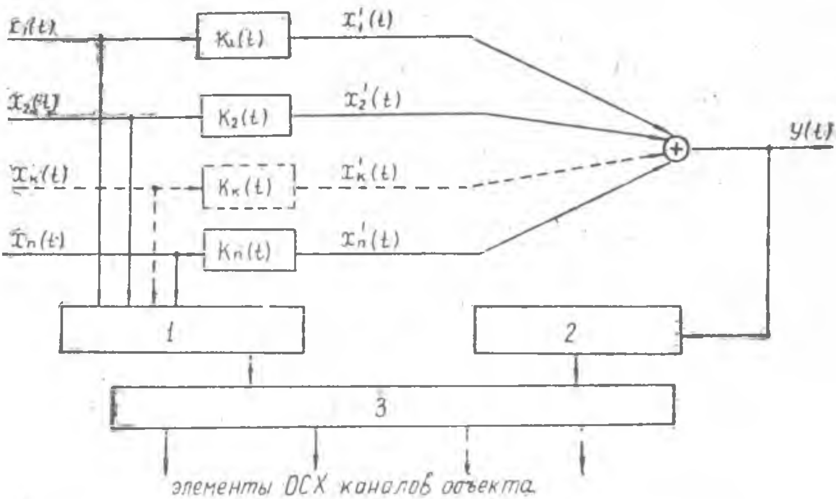

Рис. 4.

1 — Блок анализаторов обобщенного спектра сигналов $x_1(t) x_2(t), \ldots, x_n(t)$, 2 — анализатор обобщенного спектра сигнала $y(t)$, 3 — блок решения системы алгебраических уравнений.

Если взять необходимое количество интервалов (число которых равно числу каналов), то получим необходимое и даже избыточное число алгебраических уравнений относительно неизвестных элементов ОСХ каналов, решая которые методом наименьших квадратов получим неизвестные величины.

Процесс идентификации можно осуществлять непрерывно, если применить ортогональный спектроанализатор специальной конструкции, который непрерывно мог бы выделять обобщенный спектр сигналов $y(t)$, $x_1(t),\dots,x_n(t)$.

Эти сигналы определяются путем наблюдения за высвечиваемой полоской определенной ширины на каком-либо случайном сигнале, непрерывно поступающем от генератора шума. Ширина такой полоски определяется временем переходного процесса объекта (или его собственной частотой). Таким образом, блок-схема вычислителя динамических характеристик для многомерных объектов имеет вид рис. 4.

Решение задачи коррекции

В предыдущих разделах были рассмотрены две важные задачи принципа аналитической самонастройки: задача оптимизации и задача идентификации. Были получены соответствующие алгоритмы, которые реализуются с помощью специальных устройств: ортогонального оптимизатора и ортогонального идентификатора.

В заключение остается рассмотреть последнюю задачу — задачу коррекции. Этот последний этап должен использовать, как уже было сказано выше, всю информацию, накопленную при выполнении первых двух задач.

Как это предложено в [1], [2], коррекцию будем осуществлять с помощью ортогонального управляемого фильтра, структура которого показана на рис. 5.

При использовании подобного рода корректирующего фильтра логичной является задача: по оптимальной ОСХ замкнутой САУ и по реальной ОСХ управляемого объекта необходимо найти ОСХ управляемого корректирующего фильтра $\{C_l^k\}$.

Для простоты будем считать, что замкнутая САУ имеет единичную обратную связь.
Пусть

$$k_з(t) = \sum_{n=0}^{l} C_n^з \varphi_n(t);$$

$$k_p(t) = \sum_{n=0}^{l} C_n^p \varphi_n(t),$$

тогда общий метод, изложенный выше, приводит к следующим соотношениям:

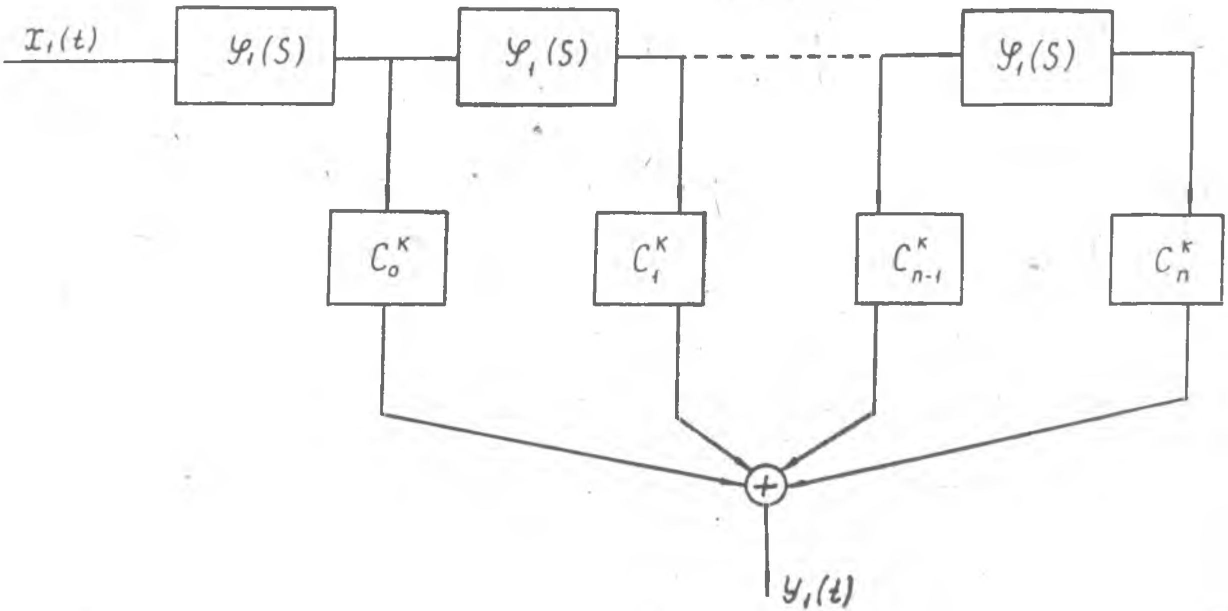

Рис. 5.

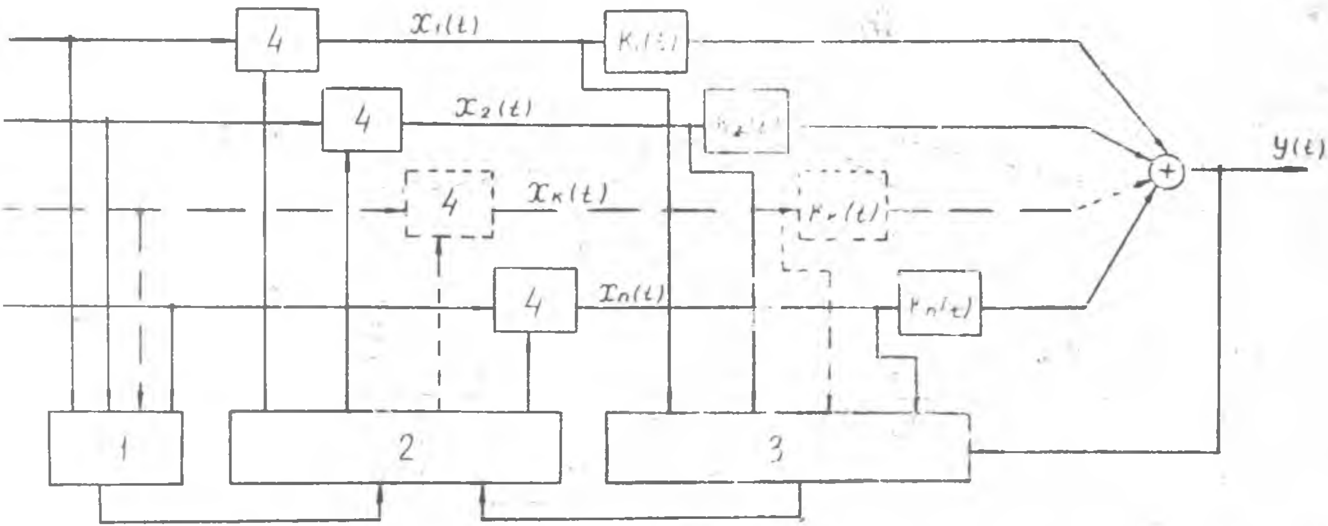

Рис. 6.

1 — блок ортогональных оптимизаторов; 2 — блок вычисления элементов ОСХ управляемого фильтра коррекции, 3 — блок ортогональных идентификаторов; 4 — корректирующие фильтры.

$$C_n^з + \sum_{j=0}^{l} \sum_{k=0}^{l} C_j^з C_k^р \overline{C}_{jk}^n = C_n^р,$$

$$n = 0, 1, 2, \ldots, l. \qquad (34)$$

Если же в качестве ортогонального базиса используются функции Лягерра, треугольная система алгебраических уравнений, очевидно, имеет вид

$$C_p^з + \sum_{k=0}^{p} C_k^з C_{p-k}^р - \sum_{k=0}^{k=p-1} C_k^з C_{p-1-k}^з = C_p^р,$$

$$p = 0, 1, 2, \ldots . \qquad (35)$$

Таким образом, если с помощью ортогонального оптимизатора получены элементы оптимальной ОСХ замкнутой САУ $\{C_k^з\}$, то, используя формулы (34), (35), можно получить значения элементов ОСХ разомкнутой оптимальной САУ.

Теперь, используя соотношения

$$C_n^р = \sum_{j=0}^{l} \sum_{i=0}^{l} C_j^k C_i^{об} \overline{C}_{ji}^n \qquad (36)$$

или

$$C_p^р = \sum_{j=0}^{p} C_j^k C_{p-j}^{об} - \sum_{j=0}^{j=p-1} C_j^k C_{j-1-k}^{об}, \qquad (37)$$

где $\{C_p^k\}$ — элементы ОСХ управляемого фильтра коррекции;

$\{C_p^{об}\}$ — реальные элементы ОСХ управляемого объекта, можно найти значения элементов ОСХ управляемого корректирующего фильтра, которые и служат настроечными параметрами, что является очень удобным с точки зрения простоты практической реализации алгоритма самонастройки.

Общая блок-схема многомерной АСНС изображена на рис. 6.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Солодовников (ред.). Аналитические самонастраивающиеся системы автоматического управления. Машиностроение, 1965.

2. В. В. Солодовников, А. Н. Дмитриев, Н. Д. Егупов. «Ортогональный метод анализа и синтеза линейных систем автоматического управления на основе понятия моментов» в сб. «Автоматическое управление и вычислительная техника». Машиностроение, № 8, 1967.

3. В. В. Солодовников, А. Н. Дмитриев, Н. Д. Егупов. «Идентификация линейных объектов автоматического управления ортогональным методом моментов». Труды III Международного конгресса ИФАК. Лондон, 1966.

4. А. Д. Бойков, Н. Д. Егупов. Метод реализации многомерной аналитической самонастраивающейся системы автоматического управления». Труды КуАИ им. С. П. Королева, вып. 29, Куйбышев, 1967.

5. А. А. Горский. Автоматическая оптимальная фильтрация. Изв. Ан. СССР, «Энергетика и автоматика», № 5, 1962.

6. B. Liu and Meadows. «A method of time domain approximation for arbitrary inputs». GEEE Internat'l Conv. Rec. G. 1964.

7. Mc. Bride L. E. Ir., Narendra KS. Optimization of timevaying systems. «GEEE Trans. Automat. Control» 1965, 10, № 3.

8. Dooge Games C. I. Analysis of linear systems by means of Laguerre functions. «G. Soc. Industr. and Appl. Math.» № 3, 1965.

9. Sefl O. Filters and predictors which adapt their values to the unknown parameters of input process. Trans. of the Second Prague conference on the information theory and statistical decision functions. Prague, 1960.

10. Pronza L. Bemerkung zur linearen Predictoren mittels eines lernenden Filters. Trans. of the First Prague conference on the information theory and statistical decisions. Prague, 1957.