

T	$\Phi(T)$	T	$\Phi(T)$	T	$\Phi(T)$	T	$\Phi(T)$	T	$\Phi(T)$	T	$\Phi(T)$
1,5	0,0001	2,5	0,1215	3,5	0,3918	4,5	0,5583	5,5	0,7015	6,5	0,7753
1,6	0,0006	2,6	0,1483	3,6	0,4153	4,6	0,5983	5,6	0,7106	7,0	0,8018
1,7	0,0021	2,7	0,1761	3,7	0,4377	4,7	0,6122	5,7	0,7191	7,5	0,8236
1,8	0,0056	2,8	0,2044	3,8	0,4592	4,8	0,6254	5,8	0,7273	8,0	0,8414
1,9	0,0120	2,9	0,2328	3,9	0,4797	4,9	0,6778	5,9	0,7350	9,0	0,8689
2,0	0,0218	3,0	0,2610	4,0	0,4992	5,0	0,6498	6,0	0,7426	10	0,8900
2,1	0,0353	3,1	0,2887	4,1	0,5178	5,1	0,6612	6,1	0,7497	20	0,9512
2,2	0,0525	3,2	0,3157	4,2	0,5356	5,2	0,6719	6,2	0,7566	50	0,9750
2,3	0,0730	3,3	0,3420	4,3	0,5525	5,3	0,6823	6,3	0,7630	100	0,9870
2,4	0,0962	3,4	0,3673	4,4	0,5685	5,4	0,6922	6,4	0,7690	200	0,9992

В заключение приведем выражение для интегральной функции распределения Эрланга, аппроксимирующей интеграл (4) с абсолютной погрешностью, не превышающей 0,05

$$\Phi'(T) = 1 - \sum_{k=0}^3 \frac{(0,842T)^k}{k!} \exp(-0,842T),$$

а также соответствующую этой функции плотность вероятности $w'(T)$

$$w'(T) = 0,0839T^3 \exp(-0,842T).$$

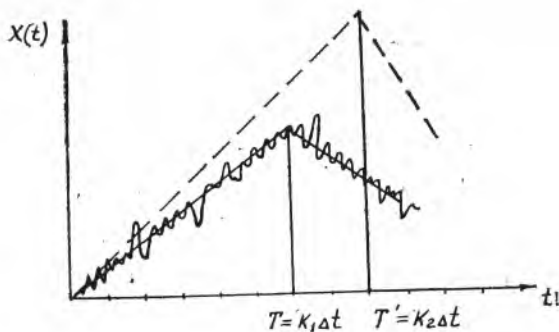
ЛИТЕРАТУРА

1. Виттих В. А., Гинзбург А. Н. Оценка помехоустойчивости адаптивных дискретизаторов измерительных сигналов. «Автометрия», № 4, 1967.
2. Демидович В. П., Марон И. А. Основы вычислительной математики. М., Изд. «Наука», 1970.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. М., Изд. «Наука», 1968.

В. А. ВИТТИХ, В. А. СОЙФЕР

ДОСТОВЕРНОСТЬ ФИКСАЦИИ ВРЕМЕННЫХ МЕТОК ПРИ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ СИГНАЛОВ

Кусочно-линейная аппроксимация сигналов находит широкое применение в технике измерений; ее основное достоинство заключается в том, что она позволяет весьма экономно описывать сигналы, часто встречающиеся в практике.



Р и с. 1. Форма измерительного сигнала при наличии помех

Запишем кусочно-линейную функцию времени (рис. 1):

$$s(t) = c_0 + c_1 t, \quad t \in [T_1, T_2]. \quad (1)$$

Из формулы (1) видно, что сигнал $s(t)$ полностью описан (и, следовательно, может быть однозначно восстановлен), если заданы коэффициенты c_0 , c_1 , а также временные метки T_1 и T_2 . Именно эти параметры являются информационными и подлежат передаче или хранению. Известно, что работа любого измерительного устройства сопровождается искажающим действием помех. В рассматриваемой нами ситуации действие помех сводится к тому, что параметры, характеризующие сигналы (c_0 , c_1 , T_1 , T_2), определяются неточно, и, следовательно, сигнал $s(t)$ не может быть точно восстановлен. Здесь мы исследуем влияние весьма распространенной гауссовой помехи на точность фиксации временных помех.

Сигнал, подлежащий измерению, представим равенством

$$x(t) = s(t) + \xi(t), \quad (2)$$

где полезный сигнал $s(t)$ предполагается заданным дискретными отсчетами, следующими через интервалы длительности Δt ; $\xi(t)$ — гауссова помеха мощностью σ_ξ^2 .

Примем, что энергетический спектр помехи равномерен в полосе F .

Задача измерителя — определить с заданной точностью момент, в который произошел «излом» функции. Момент излома и является временной меткой.

Если в момент времени T действительно имел место излом, полезный сигнал $s(t)$ представим в виде

$$S(t) = \begin{cases} c_1^{(1)} t; & 0 \leq t \leq T \\ (c_1^{(1)} - c_1^{(2)}) T + c_1^{(2)} t; & T \leq t \leq T'. \end{cases} \quad (3)$$

Здесь c_1^1 и c_1^2 коэффициенты наклона прямой до и после излома; соответственно начало отсчета совмещено с началом координат. Выделение полезного сигнала из смеси (2) производится по методу наименьших квадратов [1], который приводит к следующему алгоритму оценки:

$$\hat{c}_1 = \frac{3}{2T^3} \int_0^T tx(t) dt. \quad (4)$$

В качестве критерия регистрации временных помех меток выбираем следующий: метка регистрируется, если

$$|\hat{c}_1(k\Delta t) - \hat{c}_1[(k+1)\Delta t]| > \frac{\delta}{\Delta t}, \quad (5)$$

где δ — заданный уровень. Возможны две ситуации, ведущие к ошибкам в фиксации меток. Во-первых, из-за действия помех условие (5) может выполняться в отсутствии излома. Во-вторых, момент излома может быть определен с некоторой задержкой или вообще не зарегистрирован. Обратимся сначала ко второй ситуации. Подставляя формулу (3) в выражение (4) для определения коэффициентов \hat{c}_1 , получим

$$\begin{aligned} \hat{c}_1(k\Delta t) - \hat{c}_1[(k+1)\Delta t] &= \frac{3}{2(k\Delta t)^3} \int_0^{k\Delta t} tx(t) dt - \\ &- \frac{3}{2[(k+1)\Delta t]^3} \int_0^{(k+1)\Delta t} tx(t) dt. \end{aligned} \quad (6)$$

При $k \gg 1$, (что представляет основной интерес, поскольку изломы на начальных участках маловероятны) из (6) нетрудно получить

$$\hat{c}_1(k\Delta t) - \hat{c}_1[(k+1)\Delta t] \sim \frac{\Delta t}{k} (c_1^{(1)} - c_1^{(2)}) + \frac{3}{2(k\Delta t)^3} \int_0^{\Delta t} t^2 \xi(t) dt. \quad (7)$$

Второе слагаемое в формуле (7) распределено нормально с нулевым средним и дисперсией $\sigma_{\xi}^2 \cdot \frac{3}{4k^3 F \Delta t^3}$. Теперь вероятность фиксации в момент времени $k\Delta t$ излома, происшедшего в момент $k_1\Delta t$, может быть легко найдена:

$$\begin{aligned} P_{\Phi}(k) &= 1 - \frac{1}{2} \left\{ \Phi \left[\frac{\delta k^3 - k^2 \Delta t (c_1^{(1)} - c_1^{(2)})}{2\sqrt{2}\sigma_{\xi}} \sqrt{\frac{4}{3} F \Delta t} \right] + \right. \\ &+ \left. \Phi \left[\frac{\delta k^3 + k^2 \Delta t (c_1^{(1)} - c_1^{(2)})}{2\sqrt{2}\sigma_{\xi}} \sqrt{\frac{4}{3} F \Delta t} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Вероятность фиксации к моменту $\kappa\Delta t$ излома в силу независимости наблюдений на каждом из интервалов длительности Δt , запишется

$$P_{\Phi} = 1 - \frac{1}{2^{k-k_1}} \left\{ \Phi \left[\frac{\delta k^3 - k^2 \Delta t (c_1^{(1)} - c_1^{(2)})}{2 \sqrt{2} \sigma_{\xi}} \sqrt{\frac{4}{3} F \Delta t} \right] + \right. \\ \left. + \Phi \left[\frac{\delta k^3 + k^2 \Delta t (c_1^{(1)} - c_1^{(2)})}{2 \sqrt{2} \sigma_{\xi}} \sqrt{\frac{4}{3} F \Delta t} \right] \right\}^{k-k'} \quad (9)$$

Здесь $\Phi_{(n)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^n e^{-v^2} dv$ — интеграл вероятностей.

Далее нам необходимо определить вероятности ложных фиксаций временных помех, обусловленных действием помех. Легко показать, что в произвольный момент времени $k_2\Delta t$ ($k_2 < k_1$)

$$\hat{c}_1 [(k_2+1)\Delta t] - \hat{c}_1 (k_2\Delta t) = \frac{3}{2 [(k_2+1)\Delta t]^3} \int_0^{(k_2+1)\Delta t} t \xi(t) dt - \\ - \frac{3}{2 (k_2\Delta t)^3} \int_0^{k_2\Delta t} t \xi(t) dt. \quad (10)$$

Отсюда при $k_2 \gg 1$ получаем

$$\hat{c}_1 [(k_2+1)\Delta t] - \hat{c}_1 (k_2\Delta t) \sim \frac{3}{2 (k_2\Delta t)^3} \int_0^{\Delta t} t \xi(t) dt. \quad (11)$$

Вероятность ложной фиксации метки в момент $k_2\Delta t$ представляется в виде

$$P_{л.ф} = 1 - \Phi \left(\frac{\delta k_2^3 \sqrt{\frac{4}{3} F \Delta t}}{2 \sqrt{2} \sigma_{\xi}} \right). \quad (12)$$

ВЫВОДЫ

Проведем анализ полученных результатов.

1. Сравнение формул (8) и (12) показывает, что при $\frac{\Delta t (c_1^{(1)} - c_1^{(2)})}{\kappa \delta} \ll 1$ ложные и истинные фиксации меток приблизительно равновероятны. Такой режим работы недопустим. Избежать его можно разумным выбором точности измерения меток Δt , чувствительности δ и максимальной длительности интервала линейной аппроксимации $T_{\max} = \kappa_{\max} \Delta t$, исходя из заданного соотношения между вероятностями истинных и ложных фиксаций.

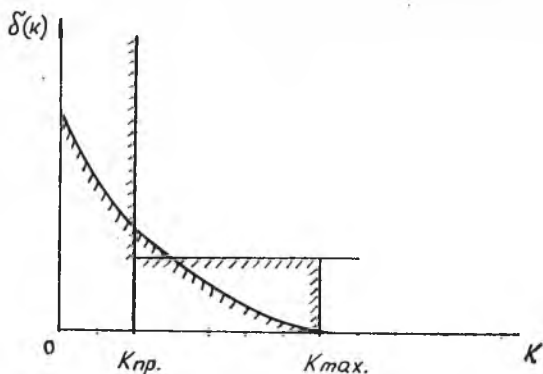


Рис. 2. Два возможных варианта выбора переменного порога

2. Высокая вероятность ложных фиксаций меток на начальных участках (при малых k) наводит на мысль о необходимости использования или «зоны нечувствительности» до определенных значений k или (что еще более перспективно) порога, меняющегося в зависимости от длины линейного участка и использующего статистику возможной длины интервалов линейной аппроксимации. Два предлагаемых варианта изображены на рис. 2. Применительно к построению устройств сжатия измерительной информации подобный вывод показывает необходимость создания устройств адаптивной дискретизации с переменной допустимой погрешностью. Это позволит повысить эффективность фильтрации и, в конечном счете, достоверность измерительной информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виттих В. А. Адаптивная дискретизация измеряемой величины с использованием метода наименьших квадратов. «Автометрия», № 4, 1969.

В. В. КУЛИКОВ, В. В. ПШЕНИЧНИКОВ

АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ КОРРЕКЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ

(с применением быстрого преобразования Фурье)

При измерении величин, изменяющихся во времени, на измерительную систему воздействует процесс, характеристики или параметры которого подлежат измерению. Преобразова-